« **Supraconductivité** » - Janvier 2008, Tous documents autorisés, durée 3 heures

MgB_2 : le supraconducteur à 2 gaps

La transition entre l'état normal (N) et l'état supraconducteur (S) peut se décrire à partir du formalisme de Ginzburg – Landau. La différence de densité d'énergie libre entre ces deux états s'écrit alors (pour le système « supraconducteur + bobine ») :

$$\Delta F = F_s - F_N = \alpha|\psi|^2 + \frac{1}{2}\beta|\psi|^4 + \frac{1}{2m}\left|\frac{\hbar}{i}\vec{\nabla}\psi - q\vec{A}\psi\right|^2 + \frac{\vec{B}^2}{2\mu_0}$$

1) Rappelez comment α est relié à la longueur de cohérence ξ. *La température critique est définie comme étant la température pour laquelle le coefficient du terme quadratique s'annule* : justifiez cette définition. Quelle est la valeur d'équilibre de $|\psi|^2$ pour $T < T_c$?

La supraconductivité du système MgB_2 a été mise en évidence en 2001. Ce système très simple défraya la chronique par sa valeur particulièrement élevée de T_c (jusqu'à ~ 39K) mais surtout du fait de sa structure électronique particulière. En effet *deux bandes* participent à la supraconductivité et tout se passe alors comme si *deux supraconducteurs coexistent dans un même matériau*. On note ξ_1, λ_1, m_1 et T_{c1} (resp. ξ_2, λ_2, m_2 et T_{c2}) les grandeurs caractéristiques du supraconducteur 1 (resp. du supraconducteur 2).

2) Rappelez la définition de ces différentes grandeurs.

ΔF s'écrit alors : $\Delta F = \alpha_1|\psi_1|^2 + \alpha_2|\psi_2|^2 + \frac{1}{2}\beta_1|\psi_1|^4 + \frac{1}{2}\beta_2|\psi_2|^4 - \gamma(\psi_1^*\psi_2 + \psi_1\psi_2^*) + ...$

3) Complétez les « … » laissés libres dans l'écriture de ΔF ci-dessus. γ est le paramètre de couplage (indépendant de T) entre les deux bandes, exprimez β_i en fonction des grandeurs caractéristiques des deux supraconducteurs, ce paramètre dépend-il de T ?

4) Exprimez ΔF sous la forme

$$\Delta F = \begin{bmatrix}\psi_1 & \psi_2\end{bmatrix} M \begin{bmatrix}\psi_1^* \\ \psi_2^*\end{bmatrix} + \frac{1}{2}\beta_1|\psi_1|^4 + \frac{1}{2}\beta_2|\psi_2|^4 + ...$$ où M est une matrice 2x2.

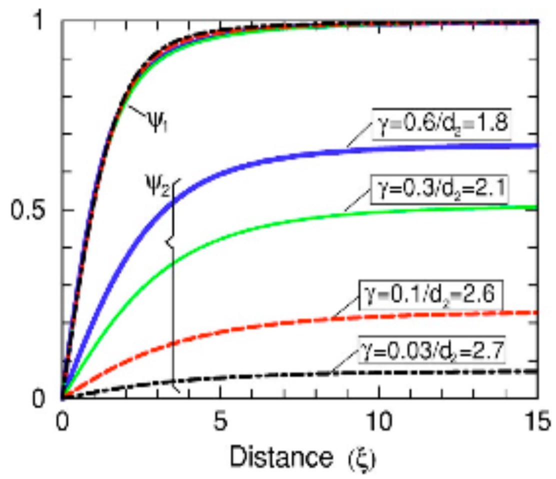
5) Par analogie avec la définition de T_c donnée en Q.1, montrez que la température critique du composé est donnée par : $\frac{T_c}{T_{c1}} = \frac{1+A}{2} \pm \sqrt{\left[\frac{1-A}{2}\right]^2 + A\left[\frac{\gamma}{B}\right]^2}$. Tracez l'évolution des deux valeurs possibles de T_c en fonction de γ[1].

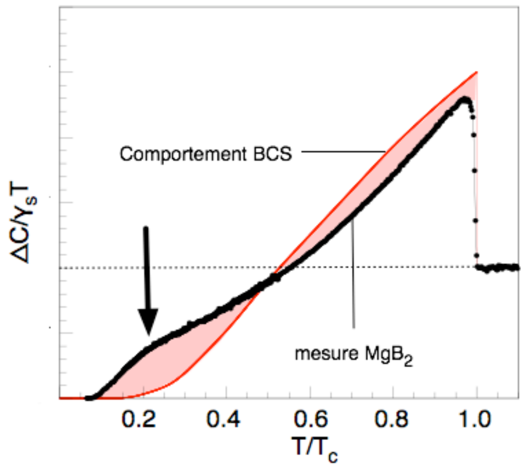
6) On note $\rho=\psi_2/\psi_1$, on a alors $\rho^2 = \frac{\alpha_2 - \gamma/\rho}{\alpha_1 - \gamma\rho}\frac{\beta_1}{\beta_2}$, justifiez cette équation par analogie au cas d'un système à une bande (Q.1), comment cette équation se simplifie-t-elle pour $\rho<<1$

7) La courbe ci-dessous (figure de gauche) trace l'évolution de ψ_1 et ψ_2 avec r (en unité de $\xi=\xi_1$) pour différentes valeurs γ (en unité de $\alpha_1(0)$). Les valeurs correspondantes de d_2 ($=\xi_2$, en unité de ξ_1) sont également indiquées. Cette simulation a été réalisée pour $\alpha_2(0)/\alpha_1(0)=0.22$; $T_{c1}/T_{c2} \sim 4$; $T/T_{c1} = 0.7$. A quelle « distance » (r) cette figure fait-elle référence ? Déduire de cette simulation, la valeur de β_1/β_2 (à partir de 6). Pourquoi ψ_2 tend-elle vers zéro pour $\gamma=0$.

---

[1] Les bandes couplées ne présentent qu'une valeur commune de T_c égale à la plus grande de ces deux valeurs.





8) En écrivant que $dg_N=dg_S$ (où g_i est la densité « d'enthalpie » libre dans la phase supraconductrice (i=S) et normale (i=N)) le long de la ligne de transition $H=H_c(T)$, calculez la valeur du saut d'entropie (Δs) à la transition puis de $\Delta C = C_s - C_N = T(\frac{\partial \Delta s}{\partial T})_{H=H_c}$

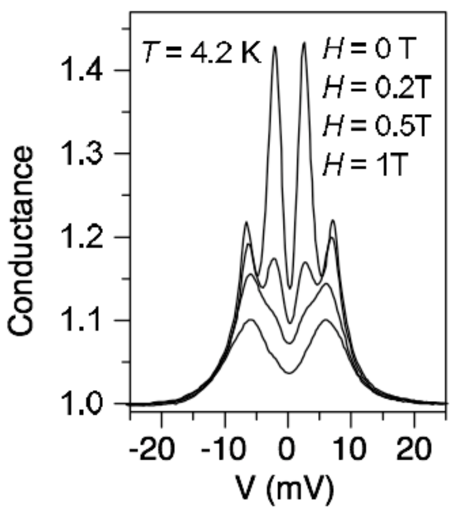
Exprimez ΔC pour $T=T_c$ en fonction de H_c puis de $\gamma_s T_c$ où γ_s est le coefficient de Sommerfeld[2] (dans le cadre de la théorie BCS).

9) La courbe ci-dessus (figure de droite) présente l'évolution de $\Delta C/\gamma_S T$ en fonction de T/T_c pour un cristal de MgB_2 (trait gras) en comparaison de l'évolution attendue dans le cadre de la théorie BCS. Comment peut-on interpréter la « bosse » vers $T/T_c \sim 0.25$ dans le cas de MgB_2 (marquée par la flèche verticale). Quelle courbe aurait-on obtenue pour $\gamma=0$?

10) Tracer (schématiquement) l'évolution de la différence d'entropie $\Delta S = S_S-S_N$ en fonction de T pour (i) le cas BCS (ii) MgB_2. Vers quelle valeur $\Delta C/\gamma_S T$ tend-elle pour T=0 ? Que peut-on en conclure sur la capacité qu'a une paire de Cooper à transporter la chaleur ?

11) La figure ci-contre reporte la conductance d'une jonction métal-MgB_2 en fonction de la tension appliquée sur cette jonction. 1234

Les pics clairement visibles sont liés aux pics présents dans la densité d'états du composé. Quelle est l'origine de ces pics. Quelles sont les valeurs des gaps associés aux deux bandes ?



12) Estimez la valeur du champ critique (H_{c2}) de la bande (2) présentant le plus petit des deux gaps et la valeur de la longueur de cohérence (ξ_2) associée à ce champ. Pour la bande (1) B_{c2}= 3T, donnez la valeur attendue pour le rapport ξ_2/ξ_1. Comparez cette valeur à celle de d_2/ξ_1 issue de la figure présentée en 8[3], conclusion ? Quelle est la valeur du rapport entre les

---

[2] $H_c(T \to T_c) = 1.74 H_c(0)(1 - T/T_c)$ et $\gamma_S = 2\frac{\pi^2}{3} k_B^2 g(E_F)$ où $g(E_F)$ est la densité d'états au niveau de Fermi

[3] Rappel : $\psi_1/\psi_2=\Delta_1/\Delta_2$

vitesses de Fermi des deux bandes.