Supraconductivité - Janvier 2009

Tous documents autorisés, durée 3 heures

A. Film supraconducteur en présence d'un champ modulé

On se propose d'étudier la nucléation de la supraconductivité dans un film supraconducteur (plan x-y) en présence d'un champ magnétique modulé le long de l'axe x : $B_z = b\sin(Qx)$.

1. Le film est suffisamment fin pour que l'on puisse négliger l'écrantage du champ qui est appliqué perpendiculairement à la couche (le long de l'axe z), justifiez cette approximation. Déterminez le potentiel vecteur, $A_y(x)$, dont dérive B.

2. On cherche une solution du paramètre d'ordre ψ sous la forme $\psi(x, y) = \exp(ik_y y)\phi(x)$ (où ϕ est une fonction réelle). Montrez que, au voisinage du seuil de nucléation, ψ est solution de :

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial^2 x} + (\frac{\partial}{\partial y} + 2i\pi\frac{b}{Q\Phi_0}\cos(Qx))^2\Psi = -\frac{\Psi}{\xi^2}$$

3. Donnez l'expression du courant J_y et de sa valeur moyenne (sur 2p/Q).

4. Montrez que, pour $k_y=0$, ϕ est solution de : $-\frac{\partial^2\phi}{\partial^2 x} + \left(\frac{\pi b}{2Q\Phi_0}\right)^2\cos(2Qx)\Phi = \varepsilon\Phi$ où $\varepsilon = \left(\frac{1}{\xi^2} - \left(\frac{\pi b}{2Q\Phi_0}\right)^2\right)$

5. A quelle autre équation caractéristique de la physique du solide cette équation est-elle mathématiquement équivalente. Précisez l'analogie pour les trois termes de l'équation. Justifiez que l'on puisse chercher ϕ sous la forme $\exp(ik_x x)u_{kx}(x)$, quelle est la périodicité de u_{kx}. Comparez cette équation à celle obtenue pour un champ constant.

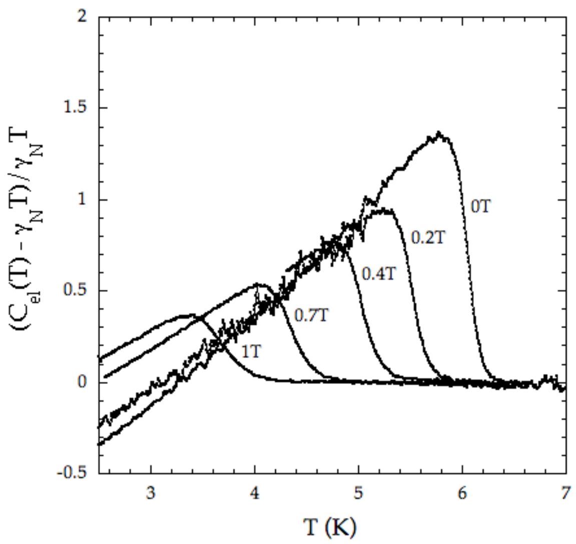
6. Tracez <u>qualitativement</u> $\varepsilon((k_x))$ (pour $-Q<k_x<Q$) et discutez (qualitativement) l'allure de $u_{kx}(x)$ pour différentes valeurs de b. Quel phénomène met-on ainsi en évidence pour les fortes valeurs de b. A quelle grandeur physique est relié k_x.

7. On suppose que $\varepsilon \sim k_x^2$ (en champ modulé). A quelle condition sur b cette supposition est-elle valable, en déduire la valeur de $b_{c2}(k_x)$ (à partir d'un raisonnement équivalent à celui effectué en cours dans le cas du champ constant), tracez cette courbe.

B. Chaleur spécifique dans un échantillon supraconducteur

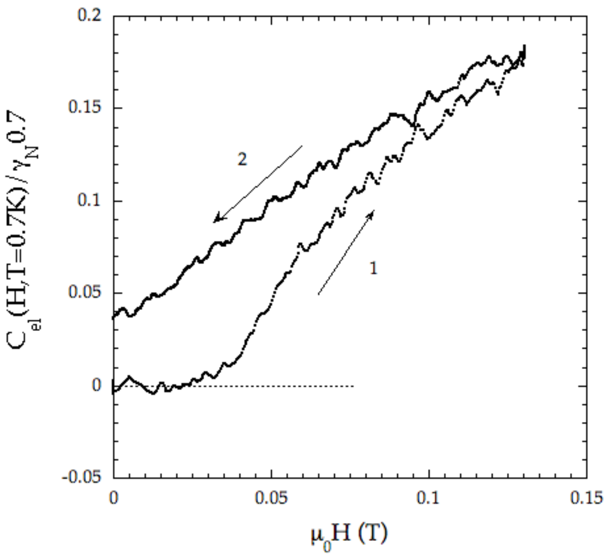
1. On note g_i la densité «d'enthalpie» libre dans les phases supraconductrice (i=S) et normale (i=N). Donnez dg_N et dg_S pour $H=H_c(T)$ (i.e. le long de la ligne de transition), en déduire la valeur du saut d'entropie ($\Delta s=S_S-S_N$) à la transition puis de $\Delta C_{el} = C_s - C_N = T\left(\frac{\partial \Delta s}{\partial T}\right)_{H=H_c}$

2. Exprimez ΔC_{el} pour $T=T_c$ en fonction de H_c puis de $\gamma_N T_c$ où γ_N est le coefficient de Sommerfeld[1] (dans le cadre de la théorie BCS). Les courbes ci-contre présentent l'évolution de $\Delta C_{el}/\gamma_N T$ en fonction de T pour un échantillon supraconducteur. Comparez les valeurs expérimentale et théorique du saut pour H=0.



3. L'échantillon mesuré est en fait de type II, rappelez brièvement quelle est la différence entre supraconducteur de type I et de type II. Pour H non nul, l'anomalie permet de définir la ligne $H_{c2}(T)$ (point d'inflexion du «saut» de chaleur spécifique). Estimez[2] la valeur de $H_{c2}(0)$, en déduire la valeur de la longueur de cohérence. A quoi correspond cette longueur ?

4. Pour des valeurs non nulles du champ, on suppose que $C_{el}=(1-x(H))C_{el}^S+x(H)C_{el}^N$ où $x(H)$ est la fraction de phase normale dans l'échantillon. D'ou provient cette phase normale ? La figure ci-contre présente l'évolution de C_{el}/T avec H à basse température (T=0.7K), en déduire la valeur de C_{el}^S pour T→0. Estimez $x(H)$ pour les fortes valeurs de H. Que vaut x pour $H=H_{c2}$; en déduire l'expression de $C_{el}(H)/T$ pour $\mu_0 H \gg 0.15$T (en fonction de γ_N, Φ_0 et ξ).



5. L'échantillon est refroidi en champ nul. Discutez qualitativement l'allure de la première montée en champ (partie 1). Quel champ critique cela permet-il de déterminer, à quelle(s) longueur(s) ce champ est-il relié ? Pourquoi C_{el}/T ne revient-elle pas à zéro lorsque H est lui ramené à zéro (partie 2).

---

[1] $H_c(T \to T_c) = 1.74 H_c(0)(1 - T/T_c)$ et $\gamma_N = 2\frac{\pi^2}{3} k_B^2 g(E_F)$ où $g(E_F)$ est la densité d'états au niveau de Fermi

[2] en supposant que $H_{c2}(0) \approx 0.7 \times T_c \times \left.\frac{dH_{c2}(T)}{dT}\right|_{T \to T_c}$